Минобрнауки России

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования   
«Национальный исследовательский университет

«Московский институт электронной техники»

**Реферативно-расчетная работа по дисциплине**

**«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»**

**на тему «Решение системы линейных уравнений методом релаксации»**

Выполнил ст. гр. ПИН-24 Артамонова А. Ю.

Проверил: преп. каф. ВМ-1 Ярошевич В. А.

2021 г.

Содержание

[Изложение теории по теме 3](#_Toc75972126)

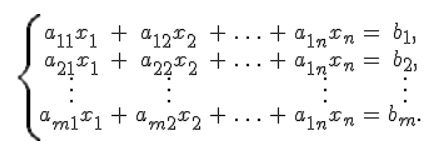
[Изложение алгоритма 4](#_Toc75972127)

[Пример, демонстрирующий работу алгоритма 6](#_Toc75972128)

[Список литературы 7](#_Toc75972129)

Изложение теории по теме

Система m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными — это система уравнений вида



Где x1, x2,..,xn - неизвестные, которые надо определить;

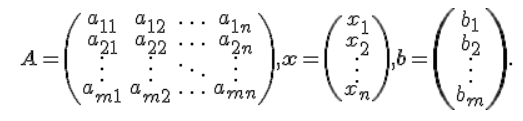
a11, a12,…, amn - коэффициенты системы;

b1, b2,…,bm - её свободные члены.

Система линейных уравнений может быть представлена в матричной форме как

Ax = b,

где



Методы решения:

- Прямые (или точные) методы решения СЛАУ позволяют найти решение за определенное количество шагов. К прямым методам относятся [метод Гаусса](http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D1%8B_%D0%B8%D1%81%D0%BA%D0%BB%D1%8E%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F_%D0%93%D0%B0%D1%83%D1%81%D1%81%D0%B0%2C_%D0%B2%D1%8B%D0%B1%D0%BE%D1%80_%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%2C_%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%83%D0%BB%D1%83%D1%87%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D1%80%D0%B5%D0%B7%D1%83%D0%BB%D1%8C%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B0), метод Гаусса — Жордана, метод Крамера, матричный метод и метод прогонки (для трёхдиагональных матриц).

- Итерационные методы основаны на использовании повторяющегося процесса. Они позволяют получить решение в результате последовательных приближений. К итерационным методам относятся метод Якоби (метод простой итерации), метод Гаусса — Зейделя, [метод релаксации](http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%A0%D0%B5%D0%BB%D0%B0%D0%BA%D1%81%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D1%8B) и многосеточный метод.

Метод релаксации - частный случай итерационных методов решения СЛАУ. Итерационные методы являются особенно эффективными при решении систем с большим количеством неизвестных (порядка 1000 и более).

Изложение алгоритма

Метод релаксации является модификацией метода Зейделя. В нем имеется параметр релаксации :

Пусть нам требуется решить систему линейных алгебраических уравнений:

Ax = f

Представим матрицу A в виде суммы трёх матриц A1, A2 и D:

A = A1 + D + A2,

где A1 - нижнетреугольная, A2 - верхнетреугольная, D – диагональная.

Итерационный процесс имеет вид

(A1 + )xk+1 = f – (A2 + )xk

При = 1 метод совпадает с методом Зейделя. Метод допускает представление в виде

xk+1 = xk + (A1 + ) -1 rk

Метод релаксации сходится для систем с положительно определенной симметричной матрицей. Определение оптимального параметра является нетривиальной задачей. Для трехдиагональных матриц оптимальное значение дается выражением

Реализация алгоритма в среде Matlab

clc

clear

n=input('Введите размер матрицы: ');

w=1.5;

eps=10^-6;

for i=1:n

for j=1:n

A(i,j)=input ([sprintf('Введите элемент матрицы A(%d',i) sprintf(';%d',j) '): ']);

end

end

for i=1:n

f(i)=input ([sprintf('Введите элемент матрицы f%d',i) ': ']);

end

d = eig(A);

for i= 1:n

if d(i) < 0

disp('Матрица не положительно определена. Введите другую матрицу.')

return

end

end

A

D = diag(diag(A));

A1 = tril(A-D);

A2 = triu(A-D);

X = zeros(n,1);

i = 0;

toch = 1;

while toch > eps

X1 = (inv(A1 + 1/w\*D))\*(f' -(A2 + (w-1)/w\*D)\*X);

toch = abs(X1-X);

X = X1;

i = i + 1;

end

disp(sprintf('Количество итераций: %d',i))

disp('Решение СЛАУ:')

for i=1:n

disp(sprintf(' %f',X(i)))

end

Пример, демонстрирующий работу алгоритма

A =

2 -1 0

-1 2 -1

0 -1 2

f =

1 2 3

Количество итераций: 18

Решение СЛАУ:

2.499976

3.999980

3.499990

# Список литературы

А. А. Самарский, А. В. (б.д.). *Численные методы.*

В.А., Я. (б.д.). *Численные методы.*

*Релаксационные методы*. (б.д.). Получено из http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%A0%D0%B5%D0%BB%D0%B0%D0%BA%D1%81%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5\_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D1%8B

*Система линейных алгебраических уравнений*. (б.д.). Получено из http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%9B%D0%90%D0%A3